第 42 卷 第 1 期
2025 年 2 月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 42 No. 1
Feb. 2025

DOI:10.11776/j.issn.1000-4939.2025.01.022

位移型软钢阻尼器的阻尼及响应特征分析

陈晟[1],王文熙[1],张静[2],王修勇[2]

(1. 湖南大学风工程桥梁工程湖南省重点实验室,410082 长沙;
2. 湖南科技大学结构抗风与振动控制湖南省重点实验室,411201 湘潭)

摘 要:基于双线性软钢阻尼器模型,建立了单自由度结构-位移型软钢阻尼器系统运动方程,分段求解了自由振动下的结构响应,推导了首个振动循环的位移解析解、振动幅值及周期,建立了振动循环间振动幅值的递推表达式和任意循环的周期表达式,得到了各振动循环的幅值与周期的近似解,并通过仿真分析进行了验证。结果表明:当初始位移大于软钢阻尼器屈服位移时,两振动循环间的幅值衰减量近似相同,各振动循环的周期也近似相等,近似解与解析解基本一致;仅当幅值逐渐减小接近屈服位移时,幅值和周期的近似解和解析解出现一定误差。

关键词:软钢阻尼器;双线性模型;自由振动;线性衰减

中图分类号:TU352.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-4939(2025)01-0206-06

Damping and response characteristics of the displacement-type mild steel damper

CHEN Sheng[1], WANG Wenxi[1], ZHANG Jing[2], Wang Xiuyong[2]

(1. Hunan Key Laboratory of Wind Engineering and Bridge Engineering, Hunan University, 410082 Changsha, China;
2. Hunan Provincial Key Laboratory of Structures for Wind Resistance and Vibration Control,
Hunan University of Science and Technology, 411201 Xiangtan, China)

Abstract: First, based on the bilinear mild steel damper model, the motion equation of the single-degree-of-freedom structure-displacement mild steel damper system is established. Then, by solving the structural response under free vibration, the displacement analytical solution, vibration amplitude and period of the first vibration cycle are derived. Last, amplitude and period, the recursive expression of the vibration amplitude between vibration cycles and the period expression of any cycle are established, and the approximate solution of the amplitude and period of each vibration cycle is obtained, which is verified by simulation analysis. The results show that when the initial displacement is greater than the yield displacement of the mild steel damper, the amplitude attenuation between the two vibration cycles is approximately the same, and the period of each vibration cycle is also approximately the same, which the approximate solution is basically the same as the analytical solution. Only when the amplitude gradually decreases and approaches the yield displacement, a certain error occurs in the approximate and analytical solutions of amplitude

收稿日期:2022-05-07
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51908210);湖南省自然科学基金资助项目(No. 2020JJ5074)
通信作者:王文熙。E-mail:wxwang@hun.edu.cn
引用格式:陈晟,王文熙,张静,等. 位移型软钢阻尼器的阻尼及响应特征分析[J]. 应用力学学报,2025,42(1):206-211.
CHEN Sheng, WANG Wenxi, ZHANG Jing, et al. Damping and response characteristics of the displacement-type mild steel damper[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2025, 42(1):206-211.

and period.

Key words: mild steel damper; bilinear model; free vibration; linear attenuation

结构在风、地震等动力荷载下容易产生大幅振动，采用阻尼器等减振装置能有效消耗结构振动能量，从而达到减振目的[1]。阻尼器可分为位移相关型阻尼器和速度相关性阻尼器[2]，位移相关型阻尼器的耗能与其自身变形和相对滑动位移有关，常见的有软钢阻尼器、摩擦阻尼器和记忆合金阻尼器[3-5]；而速度相关性阻尼器的阻尼特性与加载频率有关，常用的有黏滞阻尼器和黏弹性阻尼器[6]。

软钢阻尼器由于其稳定的滞回特性、良好的耗能能力、构造简单、造价低廉、受环境和温度影响小以及维护方便，引发国内外广泛研究[7]。自从 1972 年 KELLY 等[8]最早提出了金属屈服阻尼器，国内外学者也设计开发了许多不同形式的软钢阻尼器[9-10]。由于软钢阻尼器恢复力模型为弹塑性模型，从而导致了结构动力学方程的非线性化，一般对软钢阻尼器非线性力进行等价线性化处理[11]。即根据软钢阻尼器和黏滞阻尼器在一个振动循环内所消耗能量相等，推导出软钢阻尼器的等效黏滞阻尼系数[12]。IWAN 等[13]认为基于割线刚度和耗能的等概率幅值平均的等效线性化方法具有较好的精度。欧进萍等[14]考虑多自由度耗能减震的特点，得出采用双线性模型的软钢阻尼器的等效线性阻尼和刚度。

软钢阻尼器的等效黏性阻尼系数依赖于振动幅值和频率，在进行时程分析容易产生较大的误差，同时，对软钢阻尼器进行等价线性化处理忽略了软钢阻尼器的减振特征。本研究基于单自由度-软钢阻尼器耦合动力模型，推导了运动幅值和周期的解析递推关系式以及近似递推关系式，得到了软钢阻尼器在自由振动下的阻尼特征。

1　自由振动下单自由度结构-软钢阻尼器系统振动分析

1.1　软钢阻尼器本构关系

图 1 为位移型软钢阻尼器在初始加载期间简化的力-变形关系，即阻尼器的本构关系图。其中 k_e 为阻尼器处于弹性阶段的弹性刚度，k_p 为阻尼器处于塑性阶段的塑性刚度，x_{ep} 为阻尼器屈服位移。

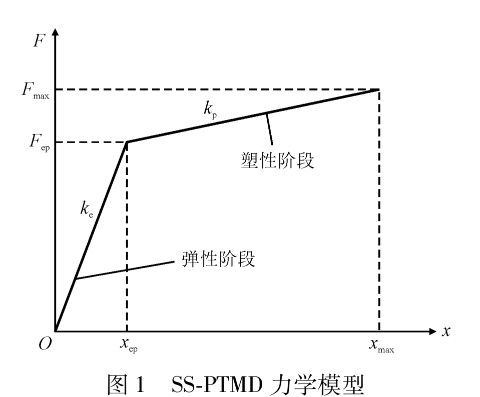


图 1　SS-PTMD 力学模型

Fig. 1　Mechanical model of SS-PTMD

1.2　单自由度结构-软钢阻尼器运动方程

单自由度结构-软钢阻尼器耦合力学模型如图 2 所示。为了简化，忽略结构固有阻尼。在图 2 中：m 为结构质量，k 为结构刚度，x_0 为自由振动时结构初始位移。

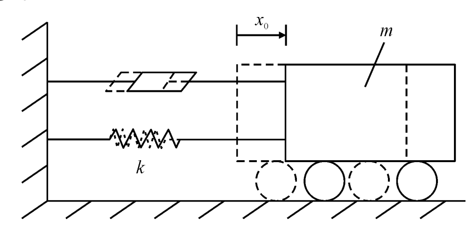


图 2　单自由度双线性软钢阻尼器模型

Fig. 2　Single degree of freedom bilinear mild steel damper model

假设初始位移大于屈服位移（初始位移小于屈服位移时，阻尼器只提供弹性刚度 k_e，本研究不进行推导），单自由度结构-软钢阻尼器系统的自由振动方程可表示为

$$m\ddot{x} + kx + F_d = 0 \tag{1}$$

式中，F_d 为软钢阻尼器所产生的阻尼力。软钢阻尼器滞回曲线采用图 1 所示的双线性模型，在自由振动下首个振动循环的滞回曲线如图 3 所示，时程图如图 4 所示。由图 3 及图 4 可知，一个振动循环可划分为 4 个阶段，各阶段的阻尼力 F_d 可表示为

$$F_d = \begin{cases} k_e x - (k_e - k_p)(x_0 - x_{ep}) & AB\ 段 \\ k_p x + (k_e - k_p)x_{ep} & BC\ 段 \\ k_e x - (k_e - k_p)(x_0' - x_{ep}') & CD\ 段 \\ k_p x + (k_e - k_p)x_{ep}' & DE\ 段 \end{cases} \tag{2}$$

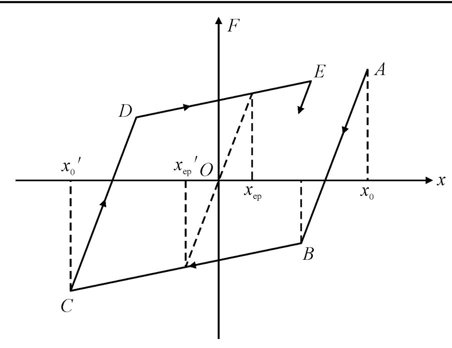


图3 首个振动循环阻尼器滞回曲线图

Fig. 3 Hysteresis curve of the first vibration cyclic damper

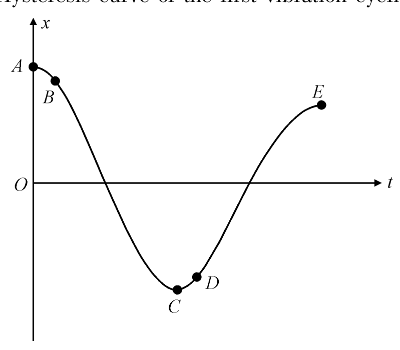


图4 首个振动循环运动时程图

Fig. 4 The first time-course diagram of the vibration cycle

1.3 首个振动循环的结构响应及周期

因为阻尼力 F_d 在1个振动循环内是分段函数，所以自由振动下结构响应可将式(2)*AB* 段、*BC* 段、*CD* 段和 *DE* 段依次代入式(1)求解。

综合式(1)和式(2)*AB* 段方程，*AB* 段的振动响应为

$$x = A_1\cos\omega_e t + A_2\sin\omega_e t + \lambda_p(x_0 - x_{ep}) \quad (3)$$

其中

$$\omega_e = \sqrt{\frac{k+k_e}{m}},\ \lambda_e = \frac{k_e - k_p}{k+k_e},\ \lambda_p = \frac{k_e - k_p}{k+k_p}$$

设结构在初始时刻 $t=0$ 的初始条件为

$$x|_{t=0} = x_0,\ \dot{x}|_{t=0} = 0$$

将初始条件代入式可得

$$A_1 = x_0 - \lambda_e(x_0 - x_{ep}),\ A_2 = 0$$

故 *AB* 段的结构位移响应为

$$x = [x_0 - \lambda_e(x_0 - x_{ep})]\cos\omega_e t + \lambda_p(x_0 - x_{ep}) \quad (4)$$

根据图3可知，x_B 点的位移为

$$x_B = x_0 - 2x_{ep} \quad (5)$$

设从点 *A* 到 *B* 所经历的时间为 t_{AB}，由式(4)和式(5)可得

$$t_{AB} = \frac{1}{\omega_e}\arccos\left[1 - \frac{2x_{ep}}{x_0 - \lambda_e(x_0 - x_{ep})}\right] \quad (6)$$

对式(4)求导，考虑式(6)，可得点 *B* 速度 $\dot{x}_B$ 为

$$\dot{x}_B = -2\sqrt{\frac{k+k_p}{m}x_{ep}(x_0 - x_{ep})} \quad (7)$$

以 x_B、$\dot{x}_B$ 为初始条件，应用式(1)和式(2) *BC* 段方程，则 *BC* 段振动响应为

$$x = \sqrt{(x_0 - \lambda_p x_{ep})^2 + 4\lambda_p x_{ep}^2}\cdot \sin[\omega_p(t - t_{AB}) + \varphi_1] + \lambda_p x_{ep} \quad (8)$$

其中

$$\tan\varphi_1 = -\frac{x_0 - 2x_{ep} - \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{x_{ep}(x_0 - x_{ep})}}$$

设点 *C* 的位移为 x_0'，*BC* 经历的时间为 t_{BC}，因为点 *C* 速度为0，由式(8)得

$$t_{BC} = \frac{1}{\omega_p}\left\{\frac{\pi}{2} - \arctan\left[-\frac{x_0 - 2x_{ep} - \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{x_{ep}(x_0 - x_{ep})}}\right]\right\} \quad (9)$$

$$x_0' = -\sqrt{(x_0 - \lambda_p x_{ep})^2 + 4\lambda_p x_{ep}^2} + \lambda_p x_{ep} \quad (10)$$

以此类推，*CD* 段的运动方程为

$$x = [x_0' - \lambda_e(x_0' + x_{ep})]\cos\omega_e(t - t_{AC}) + \lambda_e(x_0' + x_{ep}) \quad (11)$$

设点 *D* 的位移为 x_D，速度为 $\dot{x}_D$，*CD* 段经历的时间为 t_{CD}，有

$$t_{CD} = \frac{1}{\omega_e}\arccos\left[1 + \frac{2x_{ep}}{x_0' - \lambda_e(x_0' + x_{ep})}\right] \quad (12)$$

$$\dot{x}_D = 2\sqrt{\frac{k+k_p}{m}[-x_{ep}(x_0' + x_{ep})]} \quad (13)$$

同理可得，*DE* 段的运动方程为

$$x = \sqrt{(x_0' + \lambda_p x_{ep})^2 + 4\lambda_p x_{ep}^2}\cdot \sin[\omega_p(t - t_{AD}) + \varphi_2] - \lambda_p x_{ep} \quad (14)$$

其中

$$\tan\varphi_2 = \frac{x_0' + 2x_{ep} + \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{-x_{ep}(x_0' + x_{ep})}} \quad (15)$$

设点 *E* 的位移为 x_1，*AD* 段经历的时间为 t_{AD}，*DE* 段经历的时间为 t_{DE}，有

$$t_{DE} = t_{AE} - t_{AD} = \frac{1}{\omega_p}\left[\frac{\pi}{2} - \mathrm{acrtan}\frac{x_0' + 2x_{ep} + \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{-x_{ep}(x_0' + x_{ep})}}\right] \quad (16)$$

$$x_1 = \{[-((x_0 - \lambda_p x_{ep})^2 + 4\lambda_p x_{ep}^2)^{\frac{1}{2}} + 2\lambda_p x_{ep}]^2 + 4\lambda x_{ep}^2\}^{\frac{1}{2}} - \lambda x_{ep} \quad (17)$$

设第一个周期为 T_1,则

$$T_1 = t_{AB} + t_{BC} + t_{CD} + t_{DE} \tag{18}$$

综合式(7)、式(9)、式(12)、式(16)及式(18)可得

$$\begin{aligned}T_1 = &\frac{1}{\omega_e}\arccos\left[1 - \frac{2x_{ep}}{x_0 - \lambda_e(x_0 - x_{ep})}\right] + \\ &\frac{1}{\omega_p}\left\{\frac{\pi}{2} - \arctan\left[-\frac{x_0 - 2x_{ep} - \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{x_{ep}(x_0 - x_{ep})}}\right]\right\} + \\ &\frac{1}{\omega_e}\arccos\left[1 + \frac{2x_{ep}}{x_0' - \lambda_e(x_0 + x_{ep})}\right] + \\ &\frac{1}{\omega_p}\left[\frac{\pi}{2} - \mathrm{acrtan}\frac{x_0' + 2x_{ep} + \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{-x_{ep}(x_0' + x_{ep})}}\right]\end{aligned} \tag{19}$$

1.4　首个振动循环的幅值和周期近似解

设结构初始位移远大于软钢屈服位移,即 $x_0 \gg x_{ep}$,则有

$$t_{AB} \approx 0\ ,\ t_{BC} \approx \frac{\pi}{\omega_p}\ ,\ t_{CD} \approx 0,\ t_{DE} \approx \frac{\pi}{\omega_p} \tag{20}$$

$$x_0' \approx -x_0 + 2\lambda_p x_{ep} \tag{21}$$

自由振动首个循环后的幅值及周期近似解可表示为

$$x_1 \approx x_0 - 4\lambda x_{ep} \tag{22}$$

$$T_1 \approx \frac{2\pi}{\omega_p} \tag{23}$$

1.5　任意振动循环的幅值及周期近似解

由式(17)可知,结构历经 $n(\ n \geqslant 2\ )$ 个振动循环后的幅值 x_n 与第 $n-1$ 个振动循环后的幅值 x_{n-1} 的递推关系可表示为

$$\begin{aligned}x_n = &\{[-((x_{n-1} - \lambda_p x_{ep})^2 + 4\lambda_p x_{ep}^2)^{\frac{1}{2}} + \\ &2\lambda_p x_{ep}]^2 + 4\lambda x_{ep}^2\}^{\frac{1}{2}} - \lambda x_{ep}\end{aligned} \tag{24}$$

由式(19),可得到第 n 个振动循环的周期 T_n 为

$$\begin{aligned}T_n = &\frac{1}{\omega_e}\arccos\left[1 - \frac{2x_{ep}}{x_{n-1} - \lambda_e(x_{n-1} - x_{ep})}\right] + \\ &\frac{1}{\omega_p}\left[\frac{\pi}{2} - \arctan\left(-\frac{x_{n-1} - 2x_{ep} - \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{x_{ep}(x_{n-1} - x_{ep})}}\right)\right] + \\ &\frac{1}{\omega_e}\arccos\left[1 + \frac{2x_{ep}}{x_{n-1}' - \lambda_e(x_{n-1}' + x_{ep})}\right] + \\ &\frac{1}{\omega_p}\left[\frac{\pi}{2} - \mathrm{acrtan}\frac{x_{n-1}' + 2x_{ep} + \lambda_p x_{ep}}{2\sqrt{-x_{ep}(x_{n-1}' + x_{ep})}}\right]\end{aligned} \tag{25}$$

其中, x_{n-1}' 为第 $n-1$ 个振动循环中历经半个周期后的振动幅值。

考虑到 $x_0 \gg x_{ep}$,第 n 个振动循环后的振动幅值 x_n 和第 n 个振动循环的周期 T_n 的近似解可表示为

$$x_n \approx x_{n-1} - 4\lambda_p x_{ep} \tag{26}$$

$$T_n \approx \frac{2\pi}{\omega_p} \tag{27}$$

由式(26)、式(27)可以看出,每一个振动循环,振幅可认为近似减少 $4\lambda_p x_{ep}$,振动的周期可认为近似相等,即阻尼器处于弹性变形阶段的时间近似忽略,此时阻尼器可以认为处于塑性变形阶段。因此,可认为在振动衰减的初期,位移时程曲线幅值点连线是直线,近似认为幅值点的连线与位移时程图包络线重合,设位移时程曲线的包络线直线的斜率为衰减斜率 K,则 K 可表示为

$$K = \left|\frac{x_n - x_{n-1}}{T_n}\right| \approx \frac{2(k_e - k_p)x_{ep}}{\sqrt{m(k + k_p)}} \tag{28}$$

随着每个循环振幅减少 $4\lambda_p x_{ep}$,当振幅 x_{n-1} 为 x_{ep} 时,由式(24)、式(25)可得

$$x_n = x_{n-1} = x_{ep} \tag{29}$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_e} \tag{30}$$

由式(29)可看出,当幅值衰减到屈服位移 x_{ep} 时,结构不再进行衰减,此时阻尼器处于弹性变形阶段,阻尼器不消耗能量,相当于一个刚度为 k_e 的弹簧。近似认为结构幅值大于 x_{ep} 时,位移时程曲线的包络线是直线,则包络线方程表示为

$$x = \begin{cases} x_0 - Kt & 0 \leqslant t < \dfrac{\pi(x_0 - x_{ep})}{2\lambda_p x_{ep}\omega_p} \\ x_{ep} & t \geqslant \dfrac{\pi(x_0 - x_{ep})}{2\lambda_p x_{ep}\omega_p} \end{cases} \tag{31}$$

根据式(31)求得的包络线,以及近似认为衰减阶段自振频率为 ω_p,幅值衰减到屈服位移 x_{ep} 时自振频率为 ω_e,近似动力响应为

$$x = \begin{cases} (x_0 - Kt)\cos\omega_p t & 0 \leqslant t < \dfrac{\pi(x_0 - x_{ep})}{2\lambda_p x_{ep}\omega_p} \\ x_{ep}\cos\omega_e t & t \geqslant \dfrac{\pi(x_0 - x_{ep})}{2\lambda_p x_{ep}\omega_p} \end{cases} \tag{32}$$

2　数值分析与验证

为了分析和验证上节得到的幅值与周期近似解,对单自由度结构-软钢阻尼器系统自由振动响应进行数值分析。所采用的模型参数如表 1,数值仿真采用 Newmark-β 法,其中 Newmark-β 中参数 λ 取

值为0.5,参数β取值为1/6,数值求解过程无条件稳定。自由振动时主结构的初始位移设为0.05 m。

表1 单自由度结构-软钢阻尼器力学模型基本参数

Tab. 1 Basic parameters of the mechanical model of a single degree of freedom structure-mild steel damper

主结构质量/kg	主结构刚度/(N·m^{-1})	阻尼器弹性刚度/(N·m^{-1})	阻尼器塑性刚度/(N·m^{-1})	屈服位移/mm
10 000	8.883×10^5	3.098×10^6	5.121×10^3	0.442 6

图5、图6表示经历i个振动循环后的幅值和周期解析解与近似解的比较。由图可知,近似解与解析解基本一致,当幅值逐渐减小接近屈服位移时,幅值和周期的近似解和解析解的差值增大,此时幅值的近似解相对于解析解偏小,而周期的近似解相对于解析解偏大;幅值等于屈曲位移时幅值和周期解析解与近似解相等。

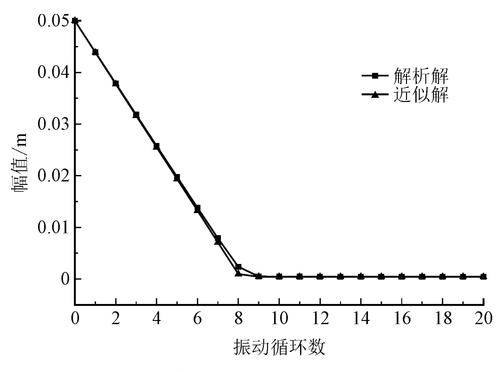


图5 幅值解析解与近似解比较图

Fig. 5 Comparison diagram of amplitude analytical solution and approximate solution

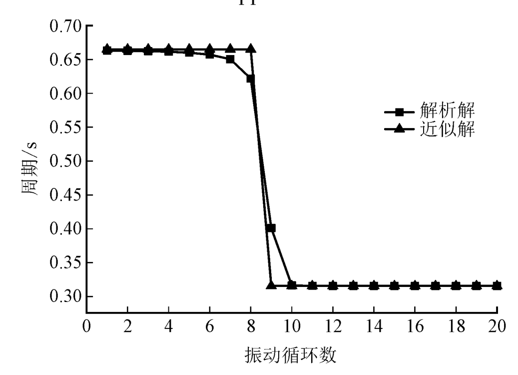


图6 周期解析解与近似解比较图

Fig. 6 Comparison diagram of periodic analytical solution and approximate solution

图7给出了单自由度结构-双线性软钢阻尼器模型自由振动下的仿真位移时程,同时也给出了解析解幅值点和近似解幅值点,对应的连线为其包络线。由图7可知:仿真幅值点和解析幅值点完全一致,验证了理论推导的正确性;近似解与仿真解在结构振动前4 s内与仿真峰值几乎一致;在结构振动4~6 s之间,也就是阻尼器由弹塑性变形到完全弹性变形过渡阶段时,有一定的偏差;当阻尼器完全处于弹性变形阶段,近似解与仿真解只存在较小的偏差。由于在衰减阶段,结构呈现线性衰减,故在衰减阶段峰值连线为直线,近似解峰值点连线斜率相对于解析解峰值点连线的斜率稍大,意味着衰减斜率近似值比实际稍大。

图8为仿真时程图与近似时程图对比,其中近似时程图由式(32)得出,从图8可看出仿真时程曲线与近似时程曲线基本一致,仅当幅值逐渐减小接近屈服位移时,仿真时程曲线与近似时程曲线出现一定偏差。

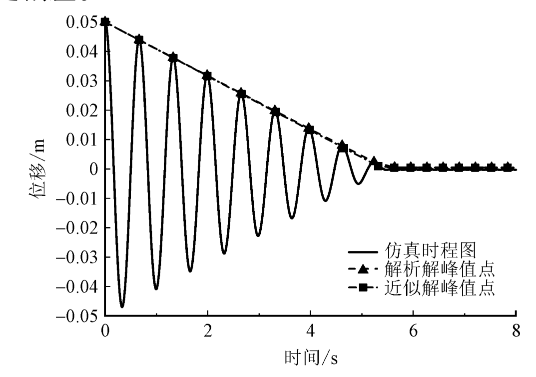


图7 仿真时程图

Fig. 7 Simulation time chart

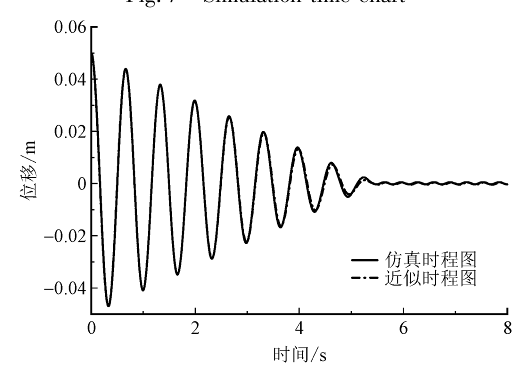


图8 仿真时程图与近似时程图对比

Fig. 8 Comparison of simulation time history diagram and approximate time history diagram

3 结 论

本研究建立了单自由度结构-位移型软钢阻尼器系统运动方程,研究了位移型软钢阻尼器的阻尼特征以及自由振动下的响应衰减特征,结论如下。

1)分段求解了自由振动下的结构响应,得到了首个振动循环的位移解析解、振动幅值及周期。在此基础上,建立了振动循环间振动幅值的递推表达式和任意循环的周期表达式。

2)当初始位移远大于软钢阻尼器屈服位移时,得到了各振动循环的幅值与周期的近似解。结果表明两振动循环间的幅值衰减量近似相同,各振动循环的周期也近似相等。

3)当结构振动振幅大于阻尼器屈服位移时,位移振幅随着时间近似按线性衰减;当结构振动幅值小于阻尼器屈服位移时,阻尼器只提供刚度,不提供耗能效果。

4)仿真分析表明,近似解与解析解基本一致,仅当幅值逐渐减小接近屈服位移时,幅值和周期的近似解和解析解出现一定误差。

参考文献:

[1] 王修勇, 孙洪鑫,彭剑,等. 大跨桥梁结构振动控制理论与技术[M]. 北京:人民交通出版社,2021.

[2] 中华人民共和国住房和城乡建设部,中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 建筑抗震设计标准:GB/T 50011—2010[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2010.

[3] 邢书涛,郭迅. 一种新型软钢阻尼器力学性能和减震效果的研究[J]. 地震工程与工程振动,2003,23(6):179-186.
XING Shutao,GUO Xun. Study on mechanical behavior and effectiveness of a new type of mild steel damper[J]. Earthquake engineering and engineering vibration,2003,23(6):179-186(in Chinese).

[4] 张玉敏,谷玉珍. 摩擦阻尼器在建筑结构减震应用的现状研究[J]. 建筑结构,2018,48(增刊2):387-392.
ZHANG Yumin,GU Yuzhen. Research on the status quo of frictionenergy dissipation in building structure damping application[J]. Building structure,2018,48(S2):387-392(in Chinese).

[5] 姜袁,彭刚. SMA 阻尼器在土木结构被动控制中的运用[J]. 应用力学学报,2004,21(4):88-92.
JIANG Yuan,PENG Gang. SMA damper used for civil structure passive control[J]. Chinese journal of applied mechanics,2004,21(4):88-92(in Chinese).

[6] 沈星,倪晓博,叶爱君. 桥梁新型横向金属阻尼器研究[J]. 振动与冲击,2014,33(21):96-101.
SHEN Xing,NI Xiaobo,YE Aijun. A new type of metallic damper for bridges' aseismic performance in transverse direction[J]. Journal of vibration and shock,2014,33(21):96-101(in Chinese).

[7] 李创第,葛新广,陆运军. 粘滞和粘弹性阻尼器减震结构的等效阻尼[J]. 应用力学学报,2011,28(4):328-333.
LI Chuangdi,GE Xinguang,LU Yunjun. Equivalent damping of dissipation structures with viscous and viscoelastic dampers[J]. Chinese journal of applied mechanics,2011,28(4):328-333(in Chinese).

[8] KELLY J M,SKINNER R I,HEINE A J. Mechanisms of energy absorption in special devices for use in earthquake resistant structures[J]. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering,1972,5(3):63-88.

[9] JAVANMARDI A,IBRAHIM Z,GHAEDI K,et al. State-of-the-art review of metallic dampers:testing,development and implementation[J]. Archives of computational methods in engineering,2020,27(2):455-478.

[10] LOTFI MAHYARI S,TAJMIR RIAHI H,HASHEMI M. Investigating the analytical and experimental performance of a pure torsional yielding damper[J]. Journal of constructional steel research,2019,161:385-399.

[11] 周云. 金属耗能减震结构设计理论及应用[M]. 武汉:武汉理工大学出版社,2013.

[12] CHOPRA A K. Dynamics of structures[M]. [S. l.]:Pearson Education India,2007.

[13] IWAN W D,GATES N C. Estimating earthquake response of simple hysteretic structures[J]. Journal of the engineering mechanics division,1979,105(3):391-405.

[14] 欧进萍,吴斌,龙旭. 耗能减振结构的抗震设计方法[J]. 地震工程与工程振动,1998,18(2):98-107.
OU Jinping,WU Bin,LONG Xu. Aseismic design methods of passive energy dissipation systems[J]. Earthquake engineering and engineering vibration,1998,18(2):98-107(in Chinese).

(编辑　张璐)